MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE, DE
L'ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR ET DE
LA RECHERCHE

EFE MPC 1

SESSION 2016

CAPLP
CONCOURS EXTERNE
ET CAFEP

SECTION : MATHÉMATIQUES – PHYSIQUE-CHIMIE

ÉPREUVE ÉCRITE SUR DOSSIER DE MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.
De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

A

Le sujet est constitué de deux exercices indépendants et d'un problème qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.
Le premier exercice est un vrai faux avec justification.
Le deuxième exercice est un exercice de nature pédagogique.
Le problème est constitué de trois parties. Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Exercice 1

Préciser si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse, puis justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Dans un repère du plan, toute droite a une équation de la forme $y = mx + p$, où m et p sont des nombres réels.
2. Soient x et y deux réels tels que $x < 0 < y$. Alors $\dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{y}$.
3. Soit un cylindre de volume V. Si on multiplie par 2 son diamètre, on doit diviser par 2 sa hauteur pour obtenir un cylindre de même volume V.
4. Si une suite réelle n'est pas majorée, alors elle a pour limite $+\infty$.
5. Dans un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, la droite d'équation $\sqrt{3}x + y = 2$ est tangente au cercle d'équation $x^2 + y^2 = 1$.
6. La suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et, pour tout entier naturel n, par la relation de récurrence $u_{n+1} = -u_n^2 + u_n$ converge vers 0.
7. On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 5/2 & -1/2 \\ -1/2 & 5/2 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Il existe une matrice P telle que $A = PDP^{-1}$.
8. Soient $x_1, ..., x_p$, des nombres réels et $n_1, n_2, .., n_p$, des entiers naturels. On note S la série statistique de modalités $x_1, ..., x_p$ affectées des effectifs $n_1, n_2, .., n_p$. Si l'écart type de S est nul alors, $x_i = x_j$, pour tout i et $j \in \{1, .., p\}$.
9. Soit σ un nombre réel positif. Soit Y une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance nulle et de variance σ^2.
   Alors $P(Y \leqslant -\sigma) \approx 0,68$.
10. $\displaystyle\int_0^{\pi} t^2 cos(t)dt = -\pi$.

Tournez la page S.V.P.

C

Exercice 2

Cet exercice de type pédagogique est construit autour de l'énoncé d'une évaluation proposée par un professeur à une classe de terminale professionnelle du groupement A d'un lycée professionnel habilité à pratiquer le CCF (Contrôle en Cours de Formation). Cette évaluation concerne le module « Fonctions logarithmes et exponentielles ».
Cet exercice nécessite les annexes suivantes fournies en fin de sujet :

Annexe 1 : Grille nationale d'évaluation en mathématiques et en sciences physiques et chimiques.
Annexe 2 : Texte de l'évaluation du professeur, quatre pages numérotées de 1 à 4.
Annexe 3 : Ressource documentaire fournie aux élèves lors de l'évaluation.
Annexe 4 : Copie d'écran du fichier GeoGebra évoqué en question 10 de l'évaluation présentée en annexe 2.
Annexe 5 : Définition et caractéristiques du CCF (site Eduscol), deux pages numérotées 1 et 2.

Le contexte sur lequel s'appuie l'évaluation proposée est la décroissance exponentielle de la radioactivité de l'iode 131.

1. Quels sont les objectifs pédagogiques d'une évaluation diagnostique ? d'une évaluation formative ? d'une évaluation certificative ?
2. Après avoir pris connaissance de l'annexe 2, préciser en justifiant votre réponse à l'aide de l'annexe 5, si l'enseignant peut proposer cette évaluation dans le cadre d'une évaluation certificative.
3. **On s'intéresse dans cette question à la « PARTIE I » de cette évaluation (située pages 1 et 2 de l'annexe 2)**
   (a) Compte tenu des modalités d'évaluation des élèves de lycée professionnel en mathématiques et en sciences physiques et chimiques, quel est l'objectif d'un professeur lorsqu'il fournit une ressource documentaire, telle que celle proposée en annexe 3 ?
   (b) Un élève a coché la réponse « 10 jours » à la question 6 de l'évaluation. Quel raisonnement a pu le conduire à cette erreur ?

(c) Un élève a coché la réponse « 16 jours » à la question 6 de l'évaluation. Quel raisonnement a pu le conduire à cette erreur ?

(d) Conformément aux instructions officielles rappelées sur la grille nationale d'évaluation en mathématiques et en sciences physiques et chimiques, deux appels au professeur sont prévus et signalés dans le document élève de l'annexe 2 par le symbole . Le texte d'origine de l'« Appel 1 » , situé en question 7 de la page 2 de l'annexe 2, a été remplacé par des points de suspension.

   i. Quelles compétences sont évaluables lors de l' « Appel 1 » ?

   ii. Recopier et compléter le texte figurant dans le cadre de l'« Appel 1 » de façon cohérente avec la réponse à la question précédente.

4. **On s'intéresse dans cette question à la « PARTIE II » de l'évaluation (pages 2 à 4 de l'annexe 2).**

(a) Pour chacune des questions 10 à 13 de l'évaluation, quelles sont **les capacités** parmi celles listées dans la grille nationale d'évaluation (annexe 1) que le professeur veut évaluer chez ses élèves ? Justifier la réponse.

(b) On s'intéresse à la question 10 posée aux élèves (page 3 de l'annexe 2). La copie d'écran fournie en annexe 4 montre le fichier tel qu'il se présente quand les élèves l'ouvrent. La courbe représentative de la fonction h évoquée en question 12 de l'évaluation n'est volontairement pas affichée. La courbe visible est celle de la parabole, courbe représentative de la fonction f. Indiquer les effets des variations du « curseur c » sur l'allure de la parabole, le « curseur b » demeurant fixe.

(c) Répondre à la question 12 (page 3 de l'annexe 2) à l'aide de la calculatrice ou d'une autre méthode de votre choix. Expliquer la démarche mise en oeuvre. L'ordre de grandeur de x_2 sera donné sous la forme d'un nombre entier.

(d) Répondre aux questions 8 et 9 (page 2 de l'annexe 2) de l'évaluation posée aux élèves. La réponse attendue est celle que vous rédigeriez comme **une correction à destination des élèves de la classe.**

(e) L'objectif de cette question est de répondre à la problématique posée aux élèves :

L'iode 131 est un des éléments radioactifs qui ont été rejetés dans l'atmosphère lors de l'incident de Fukushima. Peut-on savoir au bout de combien de temps cet élément radioactif n'a plus été considéré comme dangereux pour l'homme ?

i. Répondre aux questions 15.e, 15.f, et 16 de la page 4 l'annexe 2.

ii. Le professeur de cette classe de terminale de baccalauréat professionnel a choisi, en question 15 de l'évaluation, de modéliser l'évolution de la radioactivité par la fonction g, définie par $g(x) = \mathrm{e}^{-0{,}086x}$ sur l'intervalle $[0;120]$ (page 4 de l'annexe 2). Justifier ce choix.

Problème

Ce problème étudie la factorisation dans $\mathbb{C}$ de polynômes, et une application aux probabilités.

Dans tout le problème, on se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(\mathrm{O};\vec{u},\vec{v})$.

Résultats préliminaires

On se propose dans cette partie de démontrer des résultats qui pourront être utilisés dans la suite du problème.

1. Soit $q \in \mathbb{R}$ tel que $q \neq 1$. Montrer que, pour tout $n \geqslant 1$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{1-q^n}{1-q}$.
2. On considère une fonction réelle p dérivable sur $\mathbb{R}$ telle qu'il existe une fonction q dérivable à valeurs réelles vérifiant pour tout réel x, $p(x) = (x-1)^2 q(x)$. Vérifier que $p(1) = p'(1) = 0$.
3. Soit p une fonction polynomiale à coefficients réels de degré 3. Montrer qu'il existe au moins un réel x_0 tel que $p(x_0) = 0$.
4. Soient p et q deux fonctions polynômiales à coefficients réels et $a \in \mathbb{R}$. On suppose que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $(x-a)p(x) = (x-a)q(x)$. Montrer que $p(x) = q(x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Partie 1 : Factorisation d'un polynôme

On se propose dans cette partie de factoriser dans $\mathbb{C}$ le polynôme $P(X) = X^n - 1$ où n désigne, dans toute la suite, un entier naturel non nul et d'en déduire quelques résultats.

1. **Étude du cas particuliers** $n = 3$.

   On note j le complexe défini par $j = \mathrm{e}^{\frac{2i\pi}{3}}$.

   (a) Justifier que j est racine du polynôme $X^3 - 1$.

   (b) Justifier que $\overline{j} = j^2$.

   (c) Montrer que $1 + j + j^2 = 0$.

   (d) On considère les points A, B et C d'affixes respectives 1 , j et j^2.

      i. Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

      ii. Montrer que le produit $AB \times AC$ est égal à 3.

2. **Étude du cas général : factorisation de $X^n - 1$ dans $\mathbb{C}[X]$**

   (a) Montrer que les racines de $X^n - 1$ sont les nombres complexes $\omega_k = \cos(\frac{2k\pi}{n}) + \mathrm{i}\sin(\frac{2k\pi}{n})$, pour $k \in \mathbb{Z}$.

   (b) Montrer qu'on peut réduire l'ensemble des racines de $X^n - 1$ à l'ensemble des nombres ω_k pour $k \in \{0, 1, .., n-1\}$.

   (c) Montrer que, pour tout $k \in \{0, 1, ..., n-1\}$, $\omega_k = (\omega_1)^k$.

   (d) En déduire que $\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k = 0$.

   (e) Montrer que, pour tout $k \in \{0, 1, ..., n-1\}$, $\omega_{n-k} = \overline{\omega_k}$.

   (f) Utiliser ces résultats pour donner la valeur exacte de $\cos(\frac{2\pi}{7}) + \cos(\frac{4\pi}{7}) + \cos(\frac{6\pi}{7})$.

3. **Représentation géométrique des racines complexes de $X^n - 1$**

   On note $\mathcal{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1. On note A_k le point du plan d'affixe ω_k pour $k \in \{0, 1, .., n-1\}$.

   (a) Justifier que les points A_k sont les sommets d'un polygone régulier inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$.

   (b) Justifier que $X^n - 1 = (X-1)\prod_{k=1}^{n-1}(X - \omega_k)$ et que $X^n - 1 = (X-1)\sum_{k=0}^{n-1} X^k$.

   (c) En déduire que $\prod_{k=1}^{n-1}(1 - \omega_k) = n$.

   (d) Déterminer $\prod_{k=1}^{n-1} A_0 A_k$.

(e) **Compléter** et justifier l'énoncé suivant : « Dans tout polygone régulier à n côtés inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$, le produit des longueurs des cordes issues d'un même sommet est égal à ... ».

4. **Étude du cas particulier $n = 7$: factorisation dans $\mathbb{R}[X]$ en utilisant des propriétés de fonctions**

   On se propose dans cette partie de prouver, en faisant par un raisonnement par l'absurde, l'affirmation encadrée suivante :

Il n'existe pas deux polynômes A et B de degré inférieur ou égal à 3, **à coefficients réels**, tels que le polynôme P défini par $P(X) = X^7 - 1$ puisse être factorisé, sous la forme $P(X) = (X-1)A(X)B(X)$.

   On suppose qu'il existe deux polynômes A et B de degré inférieur ou égal à 3, **à coefficients réels**, tels que $X^7 - 1 = (X-1)A(X)B(X)$ et on note :

   $A(t) = \sum_{k=0}^{3} a_k t^k$ et $B(t) = \sum_{k=0}^{3} b_k t^k$, où a_k et b_k désignent des nombres réels pour $k \in \{0, .., 3\}$, les fonctions polynomiales à valeurs réelles associées respectivement aux polynômes A et B.

   (a) Calculer $a_3 b_3$. En déduire que A et B sont des polynômes de degré 3.

   (b) Justifier que le polynôme $(X-1)A(X)B(X)$ possède au moins trois racines réelles.

   (c) En utilisant l'étude la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = t^7 - 1$ justifier que 1 est la seule solution réelle de l'équation $f(t) = 0$.

   (d) Montrer qu'il n'existe pas de fonction polynômiale q à coefficients réels telle que $t^7 - 1 = (t-1)^2 q(t)$.

   (e) Terminer le raisonnement pour prouver l'affirmation encadrée.

Partie 2 : Fonction génératrice d'une variable aléatoire discrète

Soit un espace probabilisé $(\Omega, \mathbb{P})$.

Soit X une variable aléatoire définie sur Ω à valeurs dans $\mathbb{N}$. Pour chaque valeur $k \in \mathbb{N}$, prise par la variable aléatoire X, on note $p_k = \mathbb{P}(X = k)$.

On note $I_X = \{k \in \mathbb{N} / p_k \neq 0\}$.

On s'intéresse aux variables aléatoires à valeurs dans $\mathbb{N}$ telles que I_X est un sous-ensemble fini de $\mathbb{N}$, c'est-à-dire aux variables aléatoires prenant un nombre fini de valeurs.

Soit X une telle variable aléatoire. On appelle fonction génératrice de X, la fonction g_X de la variable réelle t définie par $g_X(t) = \sum_{k \in I_X} p_k t^k$.

1. **Étude d'un exemple**

   On lance cinq fois de suite sur une table un dé tétraédrique équilibré, à quatre faces numérotées de 1 à 4. On lit à chaque lancer le numéro de la face posée sur la table que l'on appelle le résultat du lancer. On s'intéresse à la variable aléatoire X donnant le nombre de lancers nécessaires pour obtenir le premier 4. Si au bout de cinq lancers, aucun 4 n'est obtenu alors X prend la valeur 0.

   (a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. On pourra s'aider d'un arbre de probabilité.

   (b) Déterminer I_X puis $g_X(t)$ pour tout t réel.

2. **Exemples des lois classiques**

   (a) Montrer que la fonction génératrice de la variable aléatoire déterminée par la suite (p_k) définie par :
   $p_k = \dfrac{1}{4}$ pour tout $k \in \{1,2,3,4\}$ et $p_k = 0$ si $k \notin \{1,2,3,4\}$ (loi équirépartie sur $\{1,2,3,4\}$) est la fonction :
   $g_X(1) = 1$ et pour tout t réel différent de 1, $g_X(t) = \dfrac{t(t^4-1)}{4(t-1)}$.

   (b) Déterminer une expression simple de la fonction génératrice de la variable aléatoire Y qui suit une loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0,1]$.
   On rappelle que, pour tous réels a et b, $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$.

3. **Quelques propriétés de la fonction génératrice**

   On considère une variable aléatoire X dont la fonction génératrice g_X de la variable réelle t est définie par $g_X(t) = \sum_{k \in I_X} p_k t^k$.

   (a) Calculer $g_X(1)$.

   (b) Montrer que $g'_X(1)$ est égal à l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X.

   (c) Montrer que $g''_X(1) = E(X(X-1))$.

   (d) En déduire une expression de la variance de la variable aléatoire X en fonction des dérivées en 1 de g_X.

   (e) Utiliser ces résultats pour retrouver l'espérance et la variance d'une loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0,1]$.

Tournez la page S.V.P.

Partie 3 : Une application

A-Lancer de deux dés équilibrés

On lance sur une table un dé tétraédrique équilibré, à quatre faces numérotées de 1 à 4 et on désigne par X_1 la variable aléatoire représentant le résultat du lancer c'est à dire le numéro de la face posée sur la table.
On a alors $I_{X_1} = \{1, 2, 3, 4\}$ et pour toute valeur $k \in I_{X_1},\ p_k = \dfrac{1}{4}$.
On rappelle que la fonction génératrice g_{X_1} de la variable aléatoire X_1 est :
$g_{X_1}(1) = 1$, et pour tout t réel différent de 1, $g_{X_1}(t) = \dfrac{t(t^4 - 1)}{4(t-1)}$.

On lance une seconde fois ce même dé, de manière indépendante du premier lancer. On définit la variable aléatoire X_2 représentant le résultat du second lancer et on note g_{X_2} sa fonction génératrice.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable $X_1 + X_2$. *On pourra s'aider d'un tableau.* Est-ce une loi uniforme ?
2. Vérifier que $g_{X_1} \times g_{X_2} = g_{X_1+X_2}$.

B- Lancer de deux dés truqués

L'objectif de cette partie est de répondre à la question :

« Peut-on truquer deux dés tétraédriques dont les faces sont numérotées de 1 à 4 de façon que la somme des points obtenus soit équiprobable ? »

On lance sur la table deux dés tétraédriques non équilibrés, à quatre faces numérotées de 1 à 4 et on note Y_1 la variable aléatoire représentant le résultat du lancer du premier dé et Y_2 la variable aléatoire représentant le résultat du lancer du deuxième dé. Ces deux variables aléatoires sont indépendantes.

Pour $k \in \mathbb{N}$ on note $p_k = \mathbb{P}(Y_1 = k)$ et $q_k = \mathbb{P}(Y_2 = k)$.

On a alors $I_{Y_1} = I_{Y_2} = \{1, 2, 3, 4\}$ et pour tout t réel, $g_{Y_1}(t) = p_1 t + p_2 t^2 + p_3 t^3 + p_4 t^4$ et $g_{Y_2}(t) = q_1 t + q_2 t^2 + q_3 t^3 + q_4 t^4$.

1. On suppose, **dans cette question seulement**, que la loi de la variable aléatoire $Y_1 + Y_2$ est une loi uniforme. Déterminer la fonction génératrice $g_{Y_1+Y_2}$ de la variable aléatoire $Y_1 + Y_2$.

2. On suppose maintenant que les variables aléatoires Y_1 et Y_2 sont indépendantes.

   (a) On rappelle que $g_{Y_1+Y_2}(t) = \sum_{k=2}^{8} \mathbb{P}(Y_1 + Y_2 = k)t^k$.

   Montrer que $g_{Y_1+Y_2}(t) = \sum_{k=2}^{8} \left(\sum_{j=1}^{k-1} p_j q_{k-j} \right) t^k$.

   (b) En déduire que $g_{Y_1+Y_2} = g_{Y_1} g_{Y_2}$.

3. En utilisant les résultats des deux questions précédentes et l'affirmation encadrée démontrée dans la Partie 1.4., répondre à la question : « Peut-on truquer deux dés tétraédriques de façon que la somme des points obtenus soit équiprobable ? »

FIN

ANNEXE 1

Grille nationale d'évaluation en mathématiques et en sciences physiques et chimiques

GRILLE NATIONALE D'ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES ET EN SCIENCES PHYSIQUES ET CHIMIQUES		
NOM et Prénom :	Diplôme préparé : Bac Pro	

Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	Utiliser les formules et les règles de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction. Étudier les variations d'une fonction à partir de sa dérivée, tracer un tableau de variation. Déterminer un extrémum, étudier les variations de la fonction exponentielle, résoudre $e^{ax} = b$.
Connaissances	Dérivée, notation *f'(x)*, théorème liant signe de la dérivée et variation d'une fonction, fonction exponentielle, processus de résolution d'une équation du type $e^{ax} = b$
Attitudes	L'ouverture à la communication, l'imagination raisonnée, la rigueur et la précision, le goût de chercher et de raisonner, le sens de l'observation

Évaluation[1]

Compétences[2]	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition[3]
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.		
Analyser Raisonner	Émettre une conjecture, une hypothèse. Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.		
Réaliser	Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.		
Valider	Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. Critiquer un résultat, argumenter.		
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.		
	Détail points :		**/ 10**

[1] Des appels permettent de s'assurer de la compréhension du problème et d'évaluer le degré de maîtrise de capacités expérimentales et la communication orale. Il y en a au maximum 2 en mathématiques et 3 en sciences physiques et chimiques.

<u>En mathématiques</u> : L'évaluation des capacités expérimentales – émettre une conjecture, expérimenter, simuler, contrôler la vraisemblance d'une conjecture – se fait à travers la réalisation de tâches nécessitant l'utilisation des TIC (logiciel avec ordinateur ou calculatrice). Si cette évaluation est réalisée en seconde, première ou terminale professionnelle, 3 points sur 10 y sont consacrés.

<u>En sciences physiques et chimiques</u> : L'évaluation porte nécessairement sur des capacités expérimentales. 3 points sur 10 sont consacrés aux questions faisant appel à la compétence « Communiquer ».

[2] L'ordre de présentation ne correspond pas à un ordre de mobilisation des compétences. La compétence « Être autonome, Faire preuve d'initiative » est prise en compte au travers de l'ensemble des travaux réalisés. Les appels sont des moments privilégiés pour en apprécier le degré d'acquisition.

[3] Le professeur peut utiliser toute forme d'annotation lui permettant d'évaluer l'élève (le candidat) par compétences.

ANNEXE 2 - page 1

Texte de l'évaluation du professeur

Épreuve : Mathématiques Groupements A		**Durée : 45 min**

- ✓ **La clarté des raisonnements et la qualité de rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies**
- ✓ **Calculatrice électronique autorisée.**
- ✓ **Le professeur intervient à la demande du candidat ou quand il le juge utile.**
- ✓ **Dans la suite du document, ces symboles signifient :**

« ***Appeler le professeur*** ».

« Consulter la ressource documentaire précisée dans le sujet »

« Consulter la fiche technique »

Contexte

Lors d'un incident nucléaire, les particules radioactives rejetées dans l'atmosphère présentent des dangers pour la faune, la flore et l'humanité.

Ainsi, après chaque incident, des mesures de radioactivité sont régulièrement effectuées avant que les populations ne soient autorisées à se réinstaller dans les zones contaminées.

Problématique

L'iode 131 est un des éléments radioactifs qui ont été rejetés dans l'atmosphère lors de l'incident de Fukushima. Peut-on savoir au bout de combien de temps cet élément radioactif n'a plus été considéré comme dangereux pour l'homme ?

PARTIE I : Compréhension et analyse de la situation

En utilisant la ressource documentaire, répondre aux questions suivantes :

1. Indiquer deux éléments chimiques radioactifs.

………

2 En utilisant le document 2 de la ressource documentaire, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de demi-vies	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…	…
Activité radioactive (en % de l'activité initiale)	100	50	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

3. Rappeler la durée de demi-vie de l'iode 131.

………

4. Au bout de combien de jours, l'activité radioactive de l'iode 131 est égale à 12,5 % de l'activité initiale de cet élément chimique ?

………

Tournez la page S.V.P.

5. Rappeler le taux d'activité radioactive en dessous duquel on considère qu'un élément radioactif n'est plus dangereux pour l'homme.

   ………

6. Première réponse à la problématique : « Peut-on savoir au bout de combien de temps l'iode 131 n'a plus été considéré comme dangereux pour l'homme ? ». En utilisant les réponses précédentes, cocher un ordre de grandeur de la réponse la plus plausible :

   ☐ 10 jours ☐ 16 jours ☐ 40 jours ☐ 80 jours

7. Appeler l'examinateur.

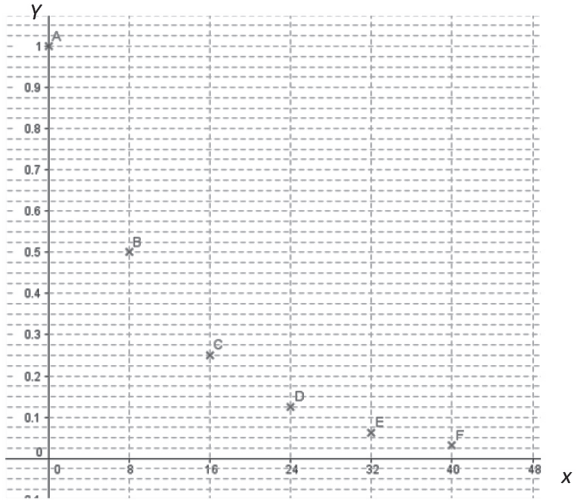
	Appel N°1 **: Appeler l'examinateur afin de lui présenter oralement …**

PARTIE II : Modélisation mathématique

8. On donne le tableau de valeurs ci-dessous :

Nombre de jours	x	0	8	16	24	32
Taux de radioactivité	y	1	0,5	0,25	0,125	0,0625

Les points de coordonnées $(x\,,\,y)$ ont été placés dans le repère ci-dessous.



Les coordonnées x et y des points précédents sont reliées par une relation mathématique.

En observant le positionnement de ces points, cocher la (ou les) relation(s) possible (a, b, et c étant des nombres positifs) :

☐ $y = ax^2 + bx + c$ ou ☐ $y = e^{-ax}$ ou ☐ $y = e^{ax}$

9. Expliquer en quelques lignes votre raisonnement pour la réponse à la question précédente.

   ………
   ………
   ………

10. En utilisant la fiche technique présente sur le réseau informatique du lycée :
    - ouvrir le fichier GeoGebra « Radioactivité de l'iode » ;
    - modifier les valeurs des curseurs *b* et *c*, pour que la parabole passe au plus près des points A, B, C, D, et E;
    - recopier l'expression de la fonction f associée à cette parabole :

    ………..……..

11. Cette parabole pourrait modéliser l'évolution de la radioactivité jusqu'à une certaine valeur de x. En utilisant l'allure de la courbe obtenue, donner un ordre de grandeur de la valeur x_1 à partir de laquelle le modèle parabolique n'est plus adapté.

    ………..……..

12. La fonction h définie par $h(x) = 0{,}8 - 0{,}2 \times \ln x$ pourrait aussi modéliser l'évolution de la radioactivité, mais elle devient incohérente à partir d'une certaine valeur de x. En utilisant sa courbe représentative, indiquer un ordre de grandeur de cette valeur notée x_2 .

    ………..……..

13. En utilisant la fiche technique présente sur le réseau informatique du lycée :
    - créer un curseur noté a prenant pour valeur minimum 0,05, pour valeur maximum 0,1 et ayant pour incrémentation 0,005 ;
    - tracer la fonction exponentielle g définie par : $g(x) = e^{-ax}$;
    - dans la fenêtre « algèbre », décocher les fonctions f et h afin de ne plus les voir à l'écran ;
    - agir sur les curseurs pour que la représentation graphique de g passe au plus près des points A, B, C, D, E ;
    - recopier ci-dessous l'expression de la fonction exponentielle g ainsi choisie :

    ………..……..

14. Appeler l'examinateur

Appel N°2 **: Appeler l'examinateur afin de :**

- **faire valider vos réponses aux questions 10 à 13,**
- **justifier oralement vos réponses aux questions 12 et 13.**

Tournez la page S.V.P.

15. On étudie désormais comme modèles de l'évolution de la radioactivité, les deux fonctions f et g définies sur [0 ; 120] par :

    $f(x) = 0{,}0009x^2 - 0{,}057x + 0{,}9609$ et $g(x) = e^{-0{,}086x}$.

    a. Calculer $f'(x)$.

    ……

    b. Résoudre $f'(x) = 0$. Arrondir le résultat au centième.

    ……

    c. Compléter le tableau de variation de f.

x	

    d. En utilisant la réponse à la question précédente, indiquer à l'entier près, la valeur de x à partir de laquelle l'évolution de la radioactivité de l'iode ne peut plus être modélisée par la fonction f.

    ……

    ……

    e. Calculer $g'(x)$; expliquer pourquoi g est toujours décroissante sur l'intervalle [0 ; 120].

    ……

    ……

    ……

    f. Résoudre $g(x) = 0{,}001$. Arrondir les résultats au centième.

    ……

    ……

    ……

    ……

    ……

16. En utilisant le modèle mathématique le plus adapté ainsi que l'une des réponses des questions 15.a à 15.f., répondre à la problématique avec exactitude : « Peut-on savoir au bout de combien de temps l'iode 131 n'a plus été considéré comme dangereux pour l'homme ? ». Exprimer cette réponse en jours, arrondir le résultat à l'unité.

……

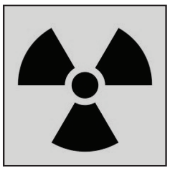
……

……

ANNEXE 3 - Ressource documentaire fournie aux élèves

Ressource documentaire

Document 1 : __le phénomène de radioactivité__



La radioactivité est un phénomène qui fut découvert en 1896 par Henri Becquerel sur l'élément chimique uranium et très vite confirmé par Marie Curie pour l'élément chimique radium.

C'est un phénomène physique naturel au cours duquel des noyaux atomiques instables, se transforment spontanément (« désintégration ») en dégageant de l'énergie sous forme de rayonnements divers, pour se transformer en des noyaux atomiques plus stables ayant perdu une partie de leur masse. Les rayonnements ainsi émis sont appelés, selon le cas, des *rayons* α, des *rayons* β ou des *rayons* γ.

Document 2 : __demi-vie radioactive__

En physique nucléaire, la demi-vie, appelée parfois période radioactive, est le temps nécessaire pour que la moitié des noyaux instables initialement présents se soient désintégrés.
Le terme demi-vie ne signifie pas que l'activité d'un isotope radioactif est nulle au bout d'un temps égal à 2 demi-vies, puisque l'activité est alors réduite seulement à 25 % de l'activité initiale.

Document 3 : __exemples de demi-vies__

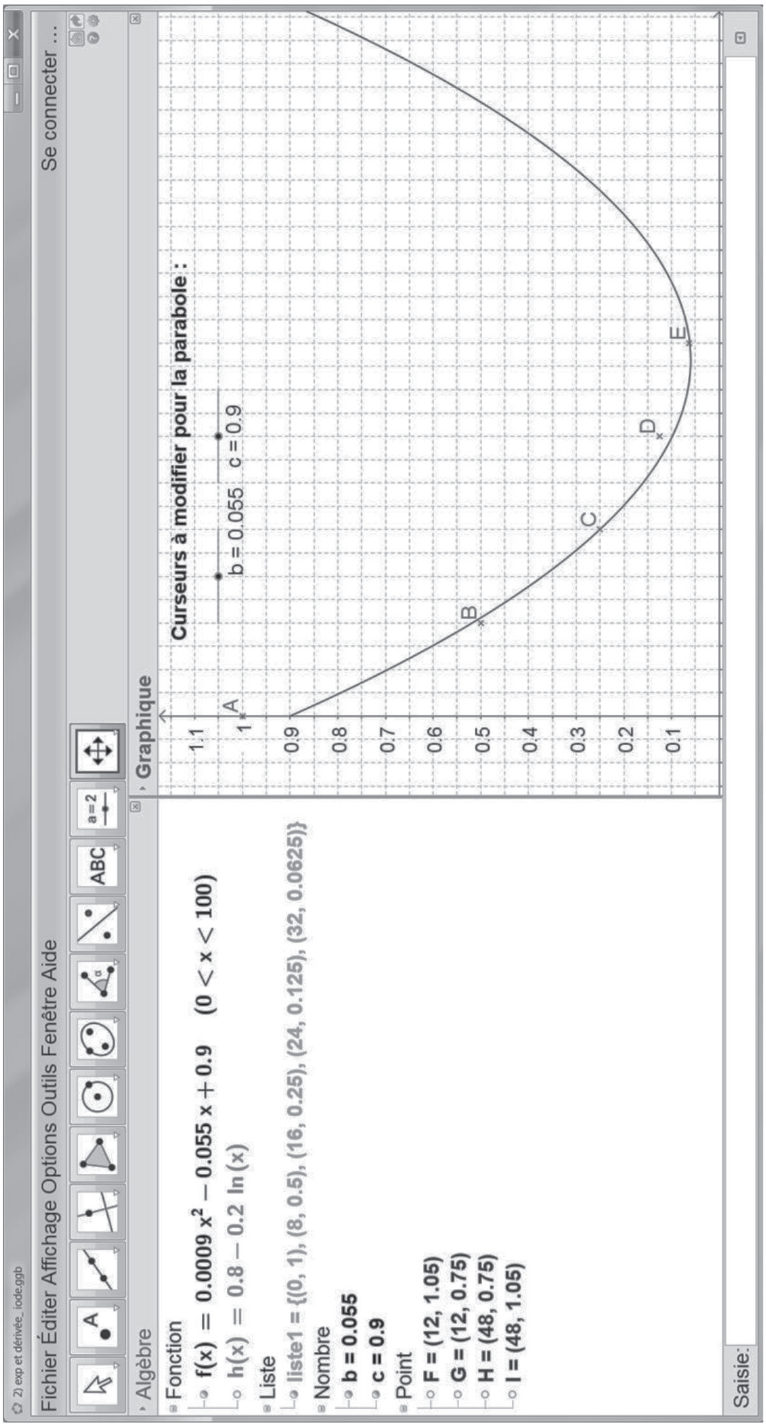
Élément chimique	Demi-vie
Bismuth 214	20 minutes
Iode 131	8 jours
Césium 134	2 ans
Césium 137	30 ans
Carbone 14	5 730 ans
Plutonium 239	24 000 ans
Uranium 238	4,5 milliards d'années

Document 4 : __radioactivité et dangerosité__

On considère que la radioactivité d'éléments radioactifs n'est plus dangereuse pour l'homme lorsque l'activité radioactive est inférieure à 0,1 % de l'activité initiale.

Tournez la page S.V.P.

ANNEXE 4 - Copie d'écran du fichier GeoGebra « Radioactivité de l'iode »



éduscol
Portail national des professionnels de l'éducation

Accueil du portail > Lycée et formation professionnelle > Diplômes et certifications > Diplômes professionnels > Contrôle en cours de formation

Contrôle en cours de formation

Définition et caractéristiques du CCF

Cette page précise la définition, rappelle les objectifs et présente les principes pédagogiques du CCF.

La définition du CCF

Définition

Le CCF est une modalité d'**évaluation certificative**, c'est à dire une évaluation réalisée en vue de la délivrance d'un diplôme. Le CCF porte sur les compétences, les connaissances et les attitudes dites "terminales" qui sont définies dans l'arrêté de création de chaque diplôme professionnel et qui sont regroupées au sein d'unités.

L'évaluation par CCF est réalisée par sondage sur les lieux où se déroule la formation (établissement et milieu professionnel), par les formateurs eux-mêmes (enseignants et/ou tuteurs ou maîtres d'apprentissage), au moment où les candidats ont atteint le niveau requis ou ont bénéficié des apprentissages nécessaires et suffisants pour aborder une évaluation sommative et certificative.

Le CCF s'intègre naturellement dans le processus de la formation. Le formateur évalue, quand c'est possible et sans interrompre ce processus, ceux qui sont réputés avoir atteint les compétences et connaissances visées par la situation d'évaluation.

L'explicitation des termes de cette définition

- **Évaluation certificative**
- **En cours de formation**
- **Compétences terminales**
- **Par sondage**
- **Par les formateurs**
- **Situation d'évaluation**
- **Positionnement réglementaire**
- **Positionnement pédagogique**

Tournez la page S.V.P.

Les objectifs du CCF

Adapter l'évaluation à la diversité des situations de formation

Par définition, le CCF s'effectue dans le cadre même de la formation, en établissement et en milieu professionnel. Les activités et les supports d'évaluation prennent donc en compte la diversité des équipements utilisés pour la formation et les spécificités du contexte local. Le CCF autorise ainsi une grande diversité des mises en situation d'évaluation (problématiques professionnelles, démarches expérimentales, activités des entreprises locales ...).

Rapprocher l'évaluation de l'acte de formation

Parce qu'il se déroule pendant la formation et non à l'issue de celle-ci, le CCF permet de rétroagir sur la formation. Les situations d'évaluation peuvent donner lieu à des synthèses qui aident le candidat à se situer dans sa formation et constituent pour lui un élément de motivation.

Les principes pédagogiques du CCF

L'homogénéité de l'évaluation

Le CCF évalue les mêmes compétences et connaissances terminales, mises en œuvre dans les mêmes types d'activités et avec les mêmes données, que les épreuves ponctuelles.
C'est en ce sens que l'on peut parler d'une homogénéité de l'évaluation : si les modalités de contrôle sont différentes selon qu'il s'agit de CCF ou d'épreuves ponctuelles terminales, elles portent bien sur des compétences et des connaissances identiques.

L'approche globale de l'évaluation

L'évaluation par CCF ne consiste pas à évaluer successivement chacune des compétences et connaissances constitutives du diplôme. Elle requiert une approche globale qui conduit également à ne pas la réduire à une variante de l'épreuve ponctuelle : le CCF ne consiste pas à fractionner l'activité prévue pour l'épreuve ponctuelle, à l'étaler dans le temps ou à la bâtir sur une succession de problématiques qui seraient des sous-ensembles de cette épreuve ponctuelle.

Des situations d'évaluation en nombre limité

Les compétences constitutives d'une unité sont évaluées dans des **situations d'évaluation** dont le nombre, limité, est fixé par le règlement d'examen figurant dans l'arrêté de création du diplôme.

Des compétences évaluées en une seule fois

Afin d'éviter la surévaluation, une compétence, même si elle est mise en oeuvre dans plusieurs situations d'évaluation, n'est évaluée que dans une seule situation, sauf consignes particulières du règlement d'examen.

Une évaluation individualisée

Le CCF n'est pas une succession de plusieurs examens, identiques pour tous : les candidats en formation sont évalués dès qu'ils atteignent l'ensemble des compétences correspondant à la situation faisant l'objet du CCF. Ainsi, l'évaluation simultanée de l'ensemble des candidats en formation ne peut être envisagée que si tous sont réputés avoir atteint le niveau requis pour l'évaluation, ou ont reçu la formation correspondante en fin de période réglementaire prévue pour l'évaluation.