

Quelle hauteur pour ce jet d'eau ?



Le célèbre jet d'eau de Genève culmine à une hauteur de près de 140m. On fournit ci-dessous des informations techniques issues de la fiche touristique de la ville.

Vitesse d'éjection	: 200km/h
Débit	: 500 L/s
Puissance des pompes	: 1MW
Puissance de l'éclairage	: 9 kW

Version brute

A l'aide de ces données, saurez-vous retrouver l'ordre de grandeur de la hauteur du jet ?

Version guidée

A quelle hauteur va monter un caillou lancé verticalement depuis le sol ? En déduire les renseignements pertinents pour la hauteur du jet d'eau.

Une solution parmi d'autres

conservation de l'énergie $\frac{1}{2} m v^2 = mgh$

on convertit les km/h en m/s et on trouve $h=180m$

Les frottements freinent le jet et le font monter légèrement moins haut que prévu.

Mais jusqu'où iront-ils ?



*Renaud Lavillenie, médaille de bronze
aux championnats du monde à Daewu avec 5m90*

Version brute

Retrouver la hauteur maximale que peut atteindre un athlète lors de l'épreuve de saut à la perche.

Version guidée

Par un raisonnement physique, montrer que la hauteur atteinte par un sauteur à la perche dépend fondamentalement de sa vitesse de course. En déduire la hauteur maximale que peut atteindre un sauteur à la perche et comparer au record du monde de la spécialité.

Une réponse :

Mêmes arguments que le jet d'eau : conversion d'énergie cinétique en énergie potentielle en supposant qu'il n'y a pas de dissipation dans la perche. On trouve

$$h = v^2 / 2g$$

il faut introduire la vitesse de pointe d'un sprinteur : environ 10m/s.

On en déduit $h=5m$, ordre de grandeur satisfaisant. Valeur dépassée aujourd'hui : ce qui prouve que le modèle est simpliste et qu'une flexion venant des bras met plus d'énergie en jeu dans la perche et permet d'aller plus haut.

C'est plus bas sans perche parce qu'un sauteur en hauteur perd beaucoup d'énergie au moment de l'impact, et des qualités de détente musculaire entrent en jeu...

Visible depuis la lune ?



Version brute

On peut parfois lire que la muraille de Chine a été le seul bâtiment construit par l'homme encore visible par les astronautes depuis la lune (400 000km). Montrer qu'il s'agit d'une légende.

Version guidée

- A l'aide d'exemples simples, établir l'ordre de grandeur du pouvoir de résolution angulaire de l'oeil humain.
- En déduire que la muraille de Chine est indiscernable depuis la lune.

Une solution parmi d'autres

Les graduations millimétriques d'une règle deviennent invisibles à une distance de l'ordre de 10m environ... on trouve $\alpha=10^{-4}$ rad.

*L'angle sous lequel on voit la largeur de la muraille depuis la lune fait $10\text{m}/400000\text{km}$
 $= 2 \cdot 10^{-8}$ rad*

qui est bien en dessous de la résolution de l'oeil.

Voir la muraille de Chine depuis la lune, c'est comme voir les graduations millimétriques de la règle à une distance de 50 km (!)

Le rayon de la Terre



Version brute

« Bienvenue à bord de notre avion à destination de Moscou. La distance Paris / Moscou de 2500 km sera couverte en 3h40. Attention au décalage horaire qui est de 2H avec la France. Nous vous souhaitons un agréable voyage.

A l'aide de ces informations, retrouver l'ordre de grandeur du rayon de la Terre.

(Pas de version guidée)

Solution : seuls servent la distance entre les villes et le décalage horaire. Le tour de la terre $2\pi R$ correspond à un décalage horaire de 24h. On en déduit

$2\pi R = 2500 \cdot (24/2)$ ce qui donne $R = 5000 \text{ km}$

On trouve un peu moins que les 6400 km parce que la courbe « Paris/Moscou » n'est pas une géodésique. On pourrait raffiner en donnant les latitudes mais c'est tout de suite plus compliqué et critiquable parce que 2H, c'est déjà « arrondir » le décalage solaire.

Combien d'argent dans cette tirelire ?



Version brute

Voici une tirelire-cochon. Combien d'argent contiendra-t-elle quand elle sera remplie de pièces ?

(pas de version guidée)

Réponse : 1 euro, 2 euros, 50 centimes, 20 centimes, 10 centimes... prenons une moyenne de 50 centimes par pièce, c'est sans doute un peu trop mais tant pis.

Le volume occupé par une pièce est d'environ $\pi \cdot (1)^2 \cdot 0,2 = 0,6 \text{ cm}^3$

Le volume de la tirelire est de l'ordre de $\frac{4}{3} \pi (5)^3 = 500 \text{ cm}^3$

Et c'est là qu'il faut être critique : il ne s'agit pas de faire le rapport des volumes, il faut introduire un coefficient de remplissage, sans doute inférieur à 20% en volume (pour des sphères monodisperses, le coefficient de remplissage dit « random loose packing » est d'environ 60%... sûrement moins avec des pièces)

*on trouve un nombre de pièces de l'ordre de $N = 20\% (500/0,6) = 150$
ce qui fait environ 75 euros*

Combien de temps pour tondre votre pelouse ?



Version brute

Estimez le temps nécessaire pour tondre une pelouse. On introduira toutes les valeurs numériques nécessaires, y compris la dimension de la pelouse d'une habitation « moyenne ».

pas de version guidée

Solution :

*On prend une surface de pelouse de 30m sur 30m soit $S = 1000 \text{ m}^2$ (déjà pas mal).
La largeur couverte par la tondeuse est d'environ $l=50\text{cm}$. Le pousseur de tondeuse avance à une vitesse de marche lente : sans doute environ 1km/h ($v = 0,3 \text{ m/s}$)
Le temps mis pour balayer l'aire totale vaut $t=S/(l*v)$ qui donne environ 2H.*

Respirez... soufflez



Combien de moles d'air avez vous inspiré depuis 1 heure ?

Solution :

il faut introduire pas mal d'ordres de grandeur. Pour le volume d'air inspiré à chaque fois... disons 0,5L. On respire toutes les 5 secondes, ça fait en gros 400 fois en 1 heure. Donc on respire 400 L en une heure. Ensuite on peut utiliser le volume molaire d'un gaz : 24L/mol ce qui donne $400/24$ environ 20 mol d'air en une heure.

PS : on peut adapter la photo « d'accroche » au public visé. J'ai misé sur un public masculin de deuxième année de prépa.

Pourquoi respire-t-on à ce rythme ?



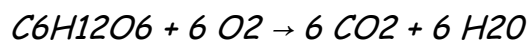
Question brute

Y a -t-il une raison pour laquelle nous respirons au rythme où nous respirons ?

Question guidée

Montrer par des raisonnements d'ordre de grandeur que la dégradation de la nourriture ingérée chaque jour (qui finit sous forme de glucose) fixe un rythme minimum à notre respiration.

Solution : on écrit l'équation bilan de combustion du glucose



Il faut 6 moles de CO₂ pour dégrader une mol de glucose. Chaque jour, on ingère environ 2 kg de nourriture, disons 2 kg de glucose. La masse molaire du glucose est d'environ 200g/mol. Nos 2kg correspondent donc à 10 mol de glucose par jour.

A chaque mol de glucose correspondent 6 mol d'O₂, il en faut donc 60 mol par jour. Chaque respiration nous apporte environ 0.5L d'air, à raison de 24 L par mol et 20% d'O₂, cela fait 1/250 mol d'O₂ par respiration. Pour engranger les 60 mol, il faut donc 15 000 respirations par jour, c'est à dire une toutes les 5 secondes environ.

Allumez vos feux ?



C'est en 1977 que la première loi rendant obligatoire l'allumage des **feux de croisement** le jour a été mise en application en Suède. Aujourd'hui, toutes les voitures vendues dans ce pays sont équipées d'un allumage automatique lors du démarrage. La sécurité routière de ce pays a remarqué une baisse significative des accidents, entre 10% et 20%.

Certains pays comme L'Allemagne montrent plus de réticences vis-à-vis d'une telle loi. Les arguments des opposants concernent la pollution : l'allumage des **feux** entraîne une surconsommation d'essence et donc une augmentation d'émissions de CO₂.

Question brute :

Estimer la surconsommation de carburant qu'entraîne l'éclairage des feux de croisement sur l'autoroute.

Pour vous aider dans vos calculs, on fournit des informations liées à la combustion des carburants automobiles habituels :

Essence : 43,8 MJ/kg

Gazole : 42,5 MJ/kg

Solution

Prenons une voiture parcourant 100km en une heure (moyenne sur l'autoroute). Il faut introduire la puissance des feux, de l'ordre de disons $P=100$ Watts en tout. On en déduit l'énergie correspondante, qui fait

$$E = 100 * 3600 = 4E5 \text{ Joules.}$$

En utilisant les 40MJ/kg de la combustion pondérés par un rendement énergétique de l'ordre de 20%, cela demande la combustion d'une masse de carburant

*$m=5*4E5/4E7=5E-2$ kg. En prenant une densité de 0.8 pour le gazole (on s'en fiche), on trouve une surconsommation de l'ordre de 0,06 litres aux 100 km... ça correspond au centième de la consommations moyenne de 5L/100km*

Autonomie d'une lampe de poche



En introduisant les paramètres que vous jugerez nécessaires, estimez l'ordre de grandeur du temps d'autonomie de la lampe de poche ci-dessus.

Réponse : on estime la puissance d'éclairage à 40W. On a trois piles AAA, ce qui doit faire une masse d'environ 100g. Ces piles alcalines (Zinc $M=30\text{g/mol}$, Potassium $M=20\text{g/mol}$ et leurs hydroxydes) ont donc une masse molaire moyenne qu'on prendra de l'ordre de 30g/mol . Dans ces trois piles, on a environ 3 moles de réactifs prêts à cracher un ou 2 électrons à chaque réaction rédox.

On produira donc en tout environ 5 mol d'électrons.

La lampe (grâce à ses LEDs et leur rendement proche de 1) va donc fournir environ 5 moles de photons puisque 1 électron donne 1 photon au niveau de la jonction.

En prenant le milieu du spectre visible on obtient l'énergie d'une mol de photon

$$E = N_A \cdot h\nu = 2E5 \text{ J}$$

Bref : cette lampe est capable d'émettre l'énergie totale de 1MJ

Avec une puissance de 40W, ca correspond à 20 000 s, c'est à dire 6 heures.

L'eau qu'on boit a-t-elle été déjà bue avant ?



En vous appuyant sur vos connaissances relatives au cycle de l'eau, estimez la proportion d'eau de votre verre qui a été « déjà bue par un être humain » par le passé. Pour vous aider dans votre tâche, on fournit des données relatives à la population mondiale depuis l'apparition de l'homme (estimations).

-1 000 000	100 000 (?)
-100 000	0.5 millions
0	10 millions
1000	200 millions
1800	1 milliard
1985	5 milliards
2011	7 milliards

Solution : pas mal d'étapes : il faut estimer combien tous ces gens ont bu d'eau avant nous... Ensuite on peut dire que cette eau s'est complètement diluée dans l'eau totale présente à la surface du globe et estimer la proportion.

En partant d'un ordre de grandeur de 1,5L par jour et par personne, il faut multiplier par 365 jours, par le nombre d'années et par le nombre d'habitants. Comme celui-ci n'est pas constant, il faut procéder « par tranches ». Le calcul donne :

$$V(\text{déjà bu}) = 1,5 * 365 * (900\ 000 * 1E5 + 100\ 000 * 0,5E6 + 1000 * 10E6 + 800 * 200E6 + 185 * 1E9 + 30 * 5E9)$$

$$V = 1,5 * 365 * (6E11) \text{ qui fait } 3E14 \text{ L d'eau déjà bue... disons } 10^{15} \text{ L en comptant large.}$$

Il faut ensuite estimer le volume d'eau sur Terre, essentiellement sous forme d'océans... le volume d'eau douce est négligeable. On prend une profondeur moyenne des océans l'ordre de 1000 m. C'est un ordre de grandeur.

$$V(\text{eau sur Terre}) = \text{surface} * \text{profondeur} = 4\pi R^2 * \text{profondeur moyenne} = 4\pi(6E6)^2 * 1E3$$

On trouve un total de l'ordre de 10^{18} m^3 soit, en litre, 10^{21} L

Bref : ça fait une proportion toute petite, de l'ordre du millionième... ouf !

Pourquoi le moustique fait « Iiii » alors que le bourdon fait « Bzzz »



Question brute

Peut-on comprendre la différence entre les sons émis par un moustique (aigu) et un bourdon (grave). Pour répondre à la question, on utilisera l'expression de la force de traînée qu'exerce l'air sur un objet de surface S déplacé à vitesse v

$$F = 1/2 \rho C_x S v^2$$

Où ρ est la masse volumique de l'air, C_x un coefficient d'aérodynamisme sans unité et proche de 1, S la surface de l'objet mis en mouvement et v la vitesse de l'objet dans l'air.

Question guidée

On remarquera que ces insectes effectuent un vol stationnaire, où leur poids est compensé par la force de poussée sur les ailes. On pourra noter la dimension caractéristique de l'insecte (longueur, largeur ou hauteur)

Solution : poids de l'insecte compensé par la force de traînée sur les ailes : cela s'écrit

$$\rho(\text{eau}). V(\text{insecte}).g = 1/2 \rho(\text{air}) C_x S(\text{ailes}) v^2$$

Et on introduit la fréquence d'agitation des ailes, qui fixe $v=a.f$... on en déduit

$$f = [\rho(\text{eau}).g / a.\rho(\text{air})]^{1/2}$$

L'insecte bat des ailes paradoxalement d'autant plus vite qu'il est petit

Pour le bourdon $a=3\text{cm}$ et on trouve $f=500\text{ Hz}$

Pour le moustique $a=1\text{mm}$ et on trouve 3KHz

Pourquoi une voiture consomme-t-elle 5 litres aux 100 km ?



Aujourd'hui, la plupart des constructeurs proposent des voitures dont la consommation en carburant ne dépasse pas « 5 litres aux 100 », c'est à dire 5L de carburant pour 100 km parcourus. Montrer qu'on peut retrouver cet ordre de grandeur à l'aide de considérations simples : on fournit des informations liées à la combustion des carburants automobiles habituels :

Essence : 43,8 MJ/kg

Gazole : 42,5 MJ/kg

On utilisera l'expression de la force de traînée qu'exerce l'air sur un objet de surface S déplacé à vitesse v

$$F = 1/2 \rho C_x S v^2$$

Où ρ est la masse volumique de l'air, C_x un coefficient d'aérodynamisme sans unité et proche de 0,5, S la surface de l'objet mis en mouvement et v la vitesse de l'objet dans l'air.

Solution : une voiture lancée sur l'autoroute à 100 km/h pendant 1h parcourt la distance $L=100\text{km}$. Elle doit lutter contre la force de traînée $1/2 \rho C_x S v^2$. Au final cette force aura pompé l'énergie $1/2 \rho C_x S v^2 L$

Cette énergie est fournie par la combustion du carburant avec une consommation c en kg qui vérifie :

$c \cdot 40E6 / \text{rendement} = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot (30)^2 \cdot 1E5$ ce qui donne au final

$c=3\text{kg}$ environ, correspondant à 4L aux 100 avec une densité inférieure à 1 (mais proche)

On a tenu compte du rendement du moteur qui fait environ 30% (transmission), qui augmente la consommation.

Combien de temps dure un feu ?



Version brute

A quel type de réaction chimique assiste-t-on quand on brûle une bûche dans la cheminée ? Estimer le temps mis par cette bûche pour se consumer en introduisant les ordres de grandeur nécessaires.

Version guidée

Une réaction de combustion nécessite de l'oxygène. Comment le foyer est-il alimenté en oxygène ? Il faut proposer un ordre de grandeur pour la vitesse de l'air qui vient alimenter le foyer.

Solution

Une bûche pèse 2 ou 3 kg, ça fait en gros $3\text{kg}/12\text{g} = 300$ moles de carbone (sous forme de fibres de cellulose) à transformer en CO_2 , donc le même ordre de grandeur de moles d' O_2 à faire venir pour la combustion.

Cette O_2 va venir par le courant d'air latéral créé par la montée des gaz chauds. On peut estimer la vitesse latérale à qq cm / seconde.

Donc, par seconde, en prenant une surface latérale de feu de l'ordre du m^2 , ça fait $1\text{E}-2$. M^3 d'air soit environ 10 litres d'air par seconde..c'est à dire à la louche 2 litres d' O_2 par seconde, ou encore $1/10$ mol par seconde.

A ce rythme, il faut bien 3000 secondes pour venir à bout de la bûche : 1heure

Cet ordre de grandeur permet de comprendre que si on souffle, on augmente la vitesse d'arrivée de l'air, on active la combustion, ça brûle plus vite

La vitesse d'un nageur



Alain Bernard, champion olympique du 100m nage libre à Pékin en 47''21

Retrouver par des arguments physiques la vitesse que peut atteindre un nageur délivrant toute sa puissance physique. Pour répondre à la question, on fournit quelques indications relatives à la force subie par un objet en mouvement dans un fluide (force de trainée) ainsi que des ordres de grandeur de puissance développée.

La force de trainée qu'exerce un fluide sur un objet de surface S déplacé à vitesse v s'écrit

$$F = 1/2 \rho C_x S v^2$$

Où ρ est la masse volumique du fluide, C_x un coefficient d'aérodynamisme sans unité et proche de 0,5, S la surface de l'objet mis en mouvement et v la vitesse de l'objet dans le fluide

Ordres de grandeur de puissance

100 W : puissance dégagée par un être humain au repos

750 W : puissance dégagée par un cheval (unité de puissance appelée « cheval »).

2kW : estimation de la puissance développée par un cycliste professionnel au sprint

100kW : puissance standard développée par une voiture

1MW : puissance développée par un avion de chasse

*Réponse : $\frac{1}{2} \rho C_x S v^2 = 2kW$ donne $v^3 = 2.2000 / (1000 * 1 * 0,5)$ donne $v = 2m/s$... ce qui fait le 100m en 50 seconde, qui dit mieux !*

En remplaçant la masse volumique de l'eau par celle de l'air (1000 fois plus grande), on trouve une vitesse 10 fois plus grande : 20m/s c'est à dire 72km/h... vitesse atteinte par un sprinteur cycliste sur plat.

Quelle est la taille d'une flamme ?



Peut-on comprendre, par des arguments physiques, ce qui détermine la hauteur atteinte par une flamme de bougie ?

Solution : j'en sais rien !

Avec la température des gaz brûlés, on doit pouvoir écrire la diminution de masse volumique, et donc la poussée d'archimède des gaz chauds. En égalant ça à une force de trainée hydro, on doit pouvoir sortir une vitesse de montée des gaz.

Après il faudrait dire que, pour que ça tienne, cette vitesse doit aussi être celle de l'alimentation en O_2 par en dessous, pour alimenter la réaction de combustion qui produit les gaz brûlés... En utilisant l'énergie dégagée par la combustion ($30MJ/kg$) ainsi que le volume de la flamme, on doit pouvoir proposer une expression pour la vitesse d'arrivée de l'air.

En régime stationnaire, on égale les deux vitesses, on doit sortir une taille caractéristique pour la flamme.

En même temps, si la mèche fait 1m de diamètre, on imagine bien que la flamme va monter plus haut...